École Supérieure en Sciences Appliquées de Tlemcen
Deuxième cycle
Spécialité :Eléctrotechnique
Niveau troisième année
,2024 - 2025

OUTILS MATHÉMATIQUES ET NUMÉRIQUES

Série de Travaux Dirigés Numéro

Série de TD1

Responsable du module: H.Sebbagh

Exercice 1. On considère l'équation $f(x) = x^2 - A \qquad (1)$

1. Montrer que la méthode de Newton appliquée à (1) conduit à l'algorithme :
$$x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{A}{x_n}\right), n = 0, 1, ...; x_0 \text{ donné}$$
2. Montrer que cette suite converge quadratiquement vers $\sqrt{A}$.

Exercice 2. On investit un capital C_0. Le placement a un taux de 5% par an et des frais de gestion fixes de 500 dinars qui sont prélevés chaque année.

1. Décrire la suite récurrente qui décrit l'évolution du placement.
2. Donner les points fixes du système et indiquer s'ils sont attractifs ou répulsifs.
3. Étudier l'évolution du capital au fil des ans selon la valeur de C_0.

Exercice 3. Un projectile, envoyé avec une vitesse v_0 et un angle α dans un tunnel de hauteur h, atteint son maximum quand α est tel que
$$sin(\alpha) = \sqrt{2gh/v_0^2}$$
où **g** $= 9.8m/s^2$ est l'accélération de la gravité,$v_0 = 10m/s$ et $h = 1m$.

1. Montrer que $\alpha \in [\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{2}]$.
2. En utilisant la méthode de Newton calculer α avec une précision de 10^{-6}.

Exercice 4. Considérons le système linéaire $Ax = b$ avec
$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & \gamma \\ 0 & \alpha & \beta \\ 0 & \beta & \alpha \end{pmatrix}$$
avec α, β, γ des paramètres réels.
Donner des conditions nécessaires sur ces coefficients pour avoir la convergence de la méthode de Jacobi (resp. Gauss-Seidel).

Exercice 5. On lance une fusée verticalement du sol et l'on mesure pendant les premières 80 secondes l'accéleration γ

t	0	10	20	30	40	50	60	70	80
γ	30	31.63	33.44	35.47	37.75	40.33	43.29	46.70	50.67

Calculer la vitesse V à l'instant $t = 80s$, par la méthode des Trapèzes puis par Simpson.

Exercice 6. On considère un réservoir cylindrique à base circulaire de rayon$R = 1m$, rempli d'eau, et ayant à sa base un trou d'évacuation de rayon$r = 0.1m$. On mesure toutes les 5 secondes la hauteur d'eau $q(t)$ dans le réservoir (t désigne le temps).

t	0	5	10	15	20
$q(t)$	0.6350	0.5336	0.4410	0.3572	0.2822

Calculer l' approximation de la vitesse de vidange $q'(t)$ par les trois méthodes et la comparer à celle prédite par la loi de Torricelli

$$q'(t) = -\gamma \left(\frac{r}{R}\right)^2 \sqrt{2gq(t)}$$

où g est la norme de l'accélération de la gravité et$\gamma = 0.6$ est un coefficient de correction.

Exercice 7. Soit le système de deux équations différentielles du premier ordre avec condition initiale suivant :

$$\left\{\begin{array}{l} x' = y \\ y' = 2y - x \\ x(0) = 2 \text{ et } y(0) = 1 \end{array}\right. \tag{1}$$

Calculer la solution au point 0.2 en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 2, avec un pas $h = 0.1$.

Exercice 8. Soit le problème de Cauchy suivant :

$$\left\{\begin{array}{l} t^2 y' - ty = 1 \\ y(1) = 0 \end{array}\right. \tag{2}$$

1. En utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, calculer les premières 2 valeurs approchées de la solution du problème en prenant le pas $h = 0.2$.
2. Utiliser les valeurs ainsi obtenues pour calculer la valeur de la solution au point $t = 2$ par la méthode d'Adams-Baschforth d'ordre 3.
3. Comparer les résultats obtenues avec celles de la solution exactes.