

OUTILS MATHÉMATIQUES ET NUMÉRIQUES

Série de Travaux Dirigés Numéro

Série de TD3

Responsable du module: H.Sebbagh

Exercice 1. En utilisant la méthode graphique, résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\begin{aligned} \min f(x) &= x^2 + y^2 + 2y \\ \text{S.C} \quad c_1(x) &: x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ c_2(x) &: x + y - \frac{1}{2} \geq 0 \\ c_3(x) &: x \geq 0 \\ c_4(x) &: y \geq 0 \end{aligned}$$

Exercice 2. Le point $\bar{x} = (2 \quad 4)^T$ est un minimiseur possible pour le problème

$$\begin{aligned} \min f(x) &= \frac{1}{4} [x_1^2 + 4x_2^2 - 12x_1 - 24x_2 + 100] \\ \text{S.C} \quad c_1(x) &: x_1 = 2 \\ c_2(x) &: x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

1. Trouver les directions admissibles.
2. Vérifier si les conditions du second ordre sont vérifiées.

Exercice 3. Étudier la nature des matrices suivantes :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

Exercice 4. Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$f(x, y) = (x - y)^3 + 4x^2 - 3x + 3y$$

-Donner les points stationnaires de f et étudier leur nature.

Exercice 5. Étudier la convexité des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}$
2. $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - \sqrt{3}xy + 2x + 1$