

OUTILS MATHÉMATIQUES ET NUMÉRIQUES

Série de Travaux Dirigés Numéro

Série de TD4

Responsable du module: H.Sebbagh

Exercice 1. Soit la fonction

$$f(x) = e^{-x} + 6x^4$$

On utilise la méthode d'interpolation quadratique aux points x_1, x_2 et x_3 pour trouver le minimum de $f(x)$ tel que $p(x_i) = f(x_i)$.

1. donner l'expression de a_1, a_2 et le x_* .
2. Trouver le minimum de f pour $x_1 = 0, x_2 = 0.5$ et $x_3 = 1$, tracer ensuite le graphe de f et son minimum.

Exercice 2. On considère la fonctionnelle quadratique suivante :

$$f(x) = 8x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2$$

En utilisant la méthode du gradient à pas optimal, trouver le minimum de f en deux itérations,

en partant du point initial $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}$

Exercice 3. Soit

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto f(x, y) = x^4 + x^2y^2 + x^2 + y^2 \end{aligned}$$

1. Calculer $\nabla f(x)$ et $\nabla^2 f(x)$.
2. Montrer que f admet un minimum global.
3. En utilisant l'algorithme de Newton en deux itérations, donner une approximation à x_* tel que $f(x_*) = \min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$ avec $x^{(0)} = (1 \ 1)^T$.